

Colle du 20/11 - Sujet 1
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours.

1. Définir j . Que vaut j^2 ? j^3 ? $1 + j + j^2$?
2. Démonstration de l'écriture polaire des racines n -ièmes de l'unité.

Exercice 1.

1. Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $8z^4 + 8z^3 - z - 1 = 0$.
2. Démontrer que parmi les solutions de l'équation précédente, trois points décrivent une triangle équilatéral.
3. Déterminer l'ensemble des complexes $z \in \mathbb{C}$ tels que $8e^{4z} + 8e^{3z} - e^z - 1 = 0$.
4. Déterminer l'ensemble des réels $\theta \in \mathbb{R}$ tels que

$$8 \sin^3(\theta) - 2 \sin(\theta) \sin(3\theta) - \sin(\theta) - 3 \cos(2\theta) + 2 = 0.$$

Exercice 2. Résoudre l'équation suivante d'inconnu $x \in \mathbb{R}$:

$$\log_x(10) = 2 \log_{10x}(10) + 3 \log_{100x}(10).$$

Colle du 20/11 - Sujet 2
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours.

1. Caractériser les racines n -ièmes de l'unité par une somme.
2. Énoncer et démontrer la relation entre $\arctan(x)$ et $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ sur \mathbb{R}_+^* .

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} , $\arccos(x) + \arccos(2x) = \frac{\pi}{2}$.**Exercice 2.** Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $a \in \mathbb{R}$. On considère l'équation $\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right)^n = \frac{1+i \tan(a)}{1-i \tan(a)}$ d'inconnu $z \in \mathbb{C}$. Préciser les valeurs possibles de a puis résoudre l'équation.

Colle du 20/11 - Sujet 3
Fonctions usuelles et équations complexes

Question de cours.

1. Caractériser l'ensemble des racines n -ièmes de l'unité.
2. Justifier la dérivabilité de la fonction arcsin et calculer sa dérivée.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^4 - (5 - 14i)z^2 - 2(12 + 5i) = 0$.**Exercice 2.** Simplifier la fonction $f : x \mapsto \arcsin\left(\frac{x}{1-x^2}\right)$.